# CROISEMENT DE DEUX VARIABLES

**OBJECTIFS**

- Savoir réaliser et interpréter des tableaux croisés de données sur deux critères à partir de données brutes : tableaux croisés d'effectifs et de fréquences.
- Déterminer une fréquence conditionnelle, une fréquence marginale.

# I Tableaux croisés d'effectifs

## 1. Vocabulaire

**À RETENIR**

### Définition

Une série statistique étudiant deux **caractères** $X$ et $Y$ est une **série statistique à deux variables**. On la note $(X;Y)$.

- Les valeurs prises par $X$ sont généralement notées $x_1, \dots, x_k$ et celles prises par $Y$ sont généralement notées $y_1, \dots, y_m$.
- L'**effectif** correspondant au couple $(x_i; y_j)$ est noté $n_{i,j}$, et $N$ désigne l'**effectif total**.
- Les **effectifs marginaux** correspondent aux effectifs de chaque caractère (à lire dans une case "Total").

**EXEMPLE**

Une agence de voyage propose à ses 400 clients trois destinations : Madrid, Berlin et Milan. Tous les clients choisissent une destination et une seule. La moitié d'entre eux choisit Madrid, et 30 % des personnes partent pour Berlin. Une enquête est réalisée à leur retour de voyage. 8 clients partis pour Milan se disent déçus, alors que 80 % des clients ayant fait le voyage pour Berlin sont satisfaits. Par ailleurs, l'enquête a montré que 72 % des personnes étaient satisfaites de leur voyage.

Dans cette situation :

- $X$ désigne le résultat de l'enquête ($x_1$ sont les clients satisfaits et $x_2$ les clients déçus) et $Y$ la destination du voyage ($y_1$ est la destination Madrid, $y_2$ est Berlin et $y_3$ est Milan).
- $n_{1,1}$ est le nombre de client satisfaits de leur voyage à Madrid.
- $N$ vaut 400.
- L'effectif marginal de $y_1$ est le nombre de personnes parties à Madrid, soit 200 clients.

## 2. Construction et lecture

À RETENIR

### Méthode

Un **tableau croisé d'effectifs** permet d'étudier une série à deux variables $(X;Y)$. Pour le construire :

1. À l'intersection de la ligne $i$ et de la colonne $j$, le tableau indique le nombre $n_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur $x_i$ du caractère $X$ et la valeur $y_j$ du caractère $Y$.
2. On ajoute ensuite une ligne et une colonne "Total" indiquant le nombre d'individus présentant chacune des valeurs du caractère.
3. À l'intersection de la ligne et de la colonne "Total", on indique l'effectif total, c'est-à-dire le nombre d'individus de la population de référence.

EXERCICE 1

1. À partir de l'exemple précédent, compléter le tableau suivant.

| $(X;Y)$ | $y_1$ = Madrid | $y_2$ = Berlin | $y_3$ = Milan | **Total** |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ = Clients satisfaits | | | | |
| $x_2$ = Clients déçus | | | | |
| **Total** | | | | |

2. a. Que vaut $n_{1;3}$ ? .....
   b. Donner une interprétation de $n_{1;3}$ dans le contexte de l'exercice. .....
   .....
3. Quel est l'effectif des clients ayant fait le voyage à Berlin et étant déçus ? .....
4. a. Quel est l'effectif marginal de la valeur $x_2$ ? .....
   b. Donner une interprétation de cet effectif marginal dans le contexte de l'exercice. .....
   .....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/croisement-deux-variables/#correction-1.

# II Fréquences marginales et conditionnelles

## 1. Fréquences

À RETENIR

### Définition

Soit $(X;Y)$ une série à deux variables. On considère l'effectif $n_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur $x_i$ du caractère $X$ et $y_j$ du caractère $Y$. On note $N$ l'effectif total de la série. Alors, la **fréquence** $f_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur $x_i$ du caractère $X$ et $y_j$ du caractère $Y$ est

$$f_{i;j} = \frac{n_{i;j}}{N}$$

À RETENIR

### Méthode

On peut utiliser un **tableau croisé de fréquences** pour étudier les fréquences d'une série à deux variables $(X;Y)$. Il se construit comme un tableau croisé d'effectifs. Mais, à l'intersection de la ligne $i$ et la colonne $j$, on indique la fréquence $f_{i;j}$ d'individus présentant simultanément la valeur $x_i$ du caractère $X$ et la valeur $y_j$ du caractère $Y$.

EXEMPLE

On s'intéresse à la couleur de certains vins des régions Bordeaux et Bourgogne. On a un échantillon de 19 vins avec 10 Bordeaux, dont 7 sont rouges, et 5 Bourgognes blancs. On peut construire le tableau croisé d'effectifs.

| $(X;Y)$ | $y_1$ = Bordeaux | $y_2$ = Bourgogne | **Total** |
|---|---|---|---|
| $x_1$ = Blanc | 4 | 5 | 9 |
| $x_2$ = Rouge | 7 | 3 | 10 |
| **Total** | 8 | 11 | 19 |

Et on peut en déduire un tableau croisé de fréquences.

| $(X;Y)$ | $y_1$ = Bordeaux | $y_2$ = Bourgogne | **Total** |
|---|---|---|---|
| $x_1$ = Blanc | $\frac{4}{19} \approx 0,21$ | $\frac{5}{19} \approx 0,26$ | $\frac{9}{19} \approx 0,47$ |
| $x_2$ = Rouge | $\frac{7}{19} \approx 0,37$ | $\frac{3}{19} \approx 0,16$ | $\frac{10}{19} \approx 0,53$ |
| **Total** | $\frac{8}{19} = 0,42$ | $\frac{11}{19} = 0,58$ | 1 |

Par exemple, $f_{2;1}$ correspond à la fréquence de Bordeaux rouges : il y en a 42 %.

## 2. Fréquences marginales

À RETENIR

### Définition

Les **fréquences marginales** correspondent aux fréquences de chaque caractère. Dans un tableau croisé de fréquences, ce sont les fréquences indiquées dans les cases "Total".

EXERCICE 2

1. Construire le tableau croisé de fréquences de l'exercice précédent.

2. Quel est le pourcentage de clients satisfaits ? .....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/croisement-deux-variables/#correction-2.

# 3. Fréquences conditionnelles

À RETENIR

## Définition

La **fréquence conditionnelle** de la valeur $x_i$ d'un caractère $X$ par rapport à la valeur $y_j$ du second caractère $Y$ est la proportion des individus présentant également la valeur $x_i$ parmi tous ceux présentant la valeur $y_j$.

À RETENIR

## Méthode

On peut utiliser un **tableau de fréquences conditionnelles** pour étudier des fréquences conditionnelles. Pour le construire, on part du tableau croisé d'effectifs, on sélectionne la ligne ou colonne voulue, et on divise chaque case par la case "Total".

EXEMPLE

On reprend l'exemple précédent d'étude de vins. Voici le tableau de fréquences conditionnelles de $Y$ par rapport à $x_2$ = Rouge.

| $Y$ = Vin | $y_1$ = Bordeaux | $y_2$ = Bourgogne | **Total** |
|---|---|---|---|
| $x_2$ = Rouge | $\frac{7}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | 1 |

EXERCICE 3

Lors d'une compétition de tennis, on a relevé que sur 126 compétiteurs, 46 sont des femmes. Parmi ces femmes, 21 sont classées. Parmi les compétiteurs hommes, 53 sont classés.

1. Construire un tableau croisé d'effectifs représentant la situation.

2. Donner le tableau des fréquences conditionnelles du classement par rapport aux hommes (arrondir à $0,01$ près).

3. Donner une interprétation des données de ce tableau par rapport au contexte de l'exercice. .....

.....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/croisement-deux-variables/#correction-3.