

Nom :

Prénom :

Classe :

OBSERVATIONS

.....

.....

— Il est **toléré** de travailler avec **une personne de la classe**, à condition de l'avoir indiqué sur la copie.

— Il est **interdit** d'utiliser **un logiciel d'intelligence artificiel** pour répondre aux questions. Des explications seront demandées en cas de doute.

Tout manquement à l'une de ces règles entraînera l'attribution de la note minimale de zéro.

NOTE

20

EXERCICE 1

En utilisant les techniques du cours, étudier les variations de la fonction $f : x \mapsto x^3 - 3x + 1$ sur $\mathbb{R}$.

EXERCICE 2

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -x^2 - 2x + 1$.

1. a. Soit h un nombre réel non nul. Montrer que $\frac{g(0+h)-g(0)}{h} = -h - 2$.

b. En déduire $g'(0)$.

c. Interpréter graphiquement ce nombre.

2. Retrouver le résultat de la question précédente en calculant la fonction dérivée de g et en l'évaluant en 0.

Une entreprise fabrique des robots ménagers. On note x le nombre de robots fabriqués par jour. On sait que cette entreprise peut fabriquer jusqu'à 60 appareils par jour. Le coût de fabrication, en euros, de x appareils, est donné par la fonction C définie par $C(x) = x^2 + 160x + 800$.

1. Déterminer les coûts fixes de cette entreprise. *Un coût fixe est une dépense qui ne change pas lorsque les ventes ou les volumes de production augmentent ou diminuent.*

2.
 - a. On sait que chaque appareil est vendu 250 €. Déterminer l'expression de la fonction R , qui représente la recette de l'entreprise, en fonction du nombre de robots vendus.
 - b. En déduire que le bénéfice réalisé par la vente de x appareils est donné par la fonction B définie par $B(x) = -x^2 + 90x - 800$
 - c. Après avoir soigneusement calculé B' , déterminer les variations de B sur l'intervalle $[0; 60]$.

 - d. En déduire le nombre de robots à fabriquer et vendre par jour pour obtenir le bénéfice maximal et indiquer le montant de ce bénéfice maximal.

3. On appelle **coût marginal** au rang x , noté $C_m(x)$ le coût de fabrication d'un robot supplémentaire lorsque x robots ont déjà été produits. Ainsi, $C_m(x) = C(x + 1) - C(x)$.
 - a. Montrer que $C_m(x) = 2x + 161$.

 - b. Calculer $C_m(5)$ et donner une interprétation.
 - c. En économie, on approxime le coût marginal par la dérivée du coût total (ie. $C_m(x) \approx C'(x)$). Approximer $C_m(5)$ à l'aide de cette technique.
 - d. Quelle est l'erreur commise par rapport à la question 3. b.? Qu'en pensez-vous?