FONCTIONS AFFINES

OBJECTIFS

- Savoir tracer une droite donnée par son équation réduite ou par un point et son coefficient directeur.
- Être en mesure de lire graphiquement l'équation réduite d'une droite.
- Savoir déterminer l'équation réduite d'une droite à partir des coordonnées de deux de ses points.

I Fonctions affines

1. Définition

À RETENIR

Définition

Une **fonction affine** est une fonction f de la forme $f : x \mapsto ax + b$ où a et b désignent deux nombres.

EXERCICE 1

Montrer que les fonctions ci-dessous sont des fonctions affines.

1. $f : x \mapsto -3x + 6$: .....

   .....

2. $g : x \mapsto \frac{2x+5}{3}$: .....

   .....

3. $h : x \mapsto 4x$: .....

   .....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-affines/#correction-1.

2. Représentation graphique

À RETENIR

Proposition

Soit f une fonction. Alors f est affine si et seulement si sa courbe représentative est une droite.

À RETENIR

Méthode

Pour représenter graphiquement une fonction affine, il suffit de connaître deux points par lesquels passe la courbe représentative de cette fonction. Ensuite, on trace la droite passant par ces points.

EXERCICE 2

On considère la fonction $f : x \mapsto 1 - x$.

1. f est-elle une fonction affine ? .....

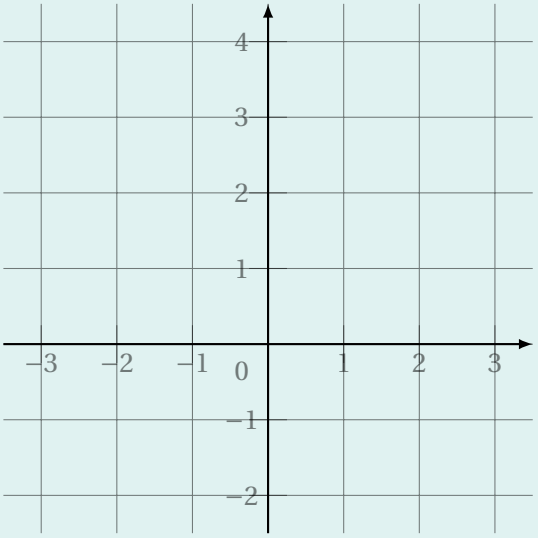
   .....

   .....

2. Compléter le tableau de valeurs suivant.

Nombre x	0	1
Image $f(x)$		

3. Tracer $\mathscr{C}_f$, la courbe représentative de la fonction f dans le repère ci-contre.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-affines/#correction-2.

3. Paramètres

À RETENIR

Définition

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine dont on note (d) la courbe représentative.

— a est le **coefficient directeur** de f ; aussi appelé **pente** de (d). En restant sur la droite (d), en augmentant l'abscisse de 1, l'ordonnée augmente de a.

— b est l'**ordonnée à l'origine** de (d) (ou de f). Il s'agit de l'ordonnée du point d'intersection de (d) avec l'axe des ordonnées.

— L'équation $y = f(x)$ est **l'équation réduite** de (d).

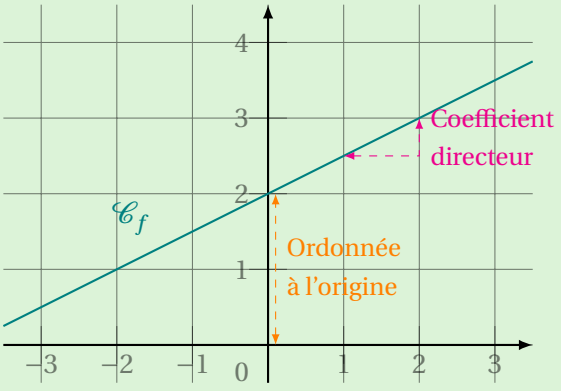
EXEMPLE

On considère f une fonction affine dont la courbe a été représentée dans le repère ci-contre. Par lecture graphique, on déduit que :

— Le coefficient directeur de f est 0,5.

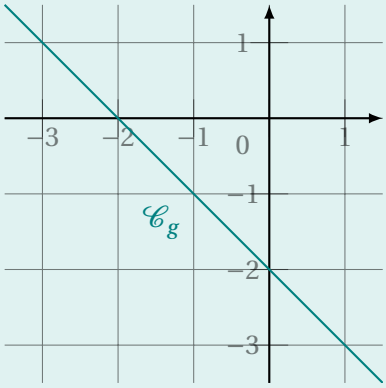
— L'ordonnée à l'origine de f est 2.

Donc l'expression de f en fonction de x est $f : x \mapsto 0,5x + 2$.



EXERCICE 3

On a représenté une fonction g ci-contre.



1. Expliquer pourquoi g est affine. .....

   .....

2. Quel est son coefficient directeur ? .....
3. Quelle est son ordonnée à l'origine ? .....
4. En déduire l'expression de $g(x)$ où x est un nombre réel.

   $g(x) =$ .....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-affines/#correction-3.

4. Tableaux de signes et de variations

À RETENIR

Propriété

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine telle que $a \neq 0$. Alors les tableaux de signes et de variations de f dépendent du signe de a.

Si $a > 0$:

Valeur de x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$-$	0	$+$	

Valeur de x	$-\infty$		$+\infty$
Variations de f	$-\infty$	↗	$+\infty$

Si $a < 0$:

Valeur de x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
Signe de $f(x)$		$+$	0	$-$	

Valeur de x	$-\infty$		$+\infty$
Variations de f	$+\infty$	↘	$-\infty$

EXERCICE 4

Établir le tableau de signes de la fonction $f : x \mapsto 5(x - 1)$.

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-affines/#correction-4.

II Fonctions linéaires

1. Définition

À RETENIR

Définition

Une **fonction linéaire** est une fonction f de la forme $f : x \mapsto ax$ où a désigne un nombre.

INFORMATION

Ainsi, une fonction linéaire est une fonction affine dont l'ordonnée à l'origine vaut 0 : sa courbe représentative passe par le point $(0;0)$.

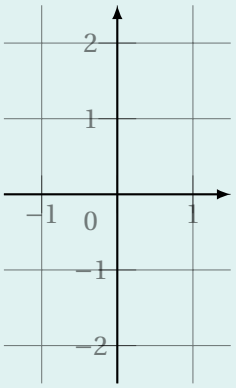
EXERCICE 5

On considère la fonction $f : x \mapsto 2(x+1)-2$.

1. Expliquer pourquoi f est une fonction linéaire. .....

   .....
2. Quel est son coefficient directeur? .....
3. En déduire $f(1)$.

   $f(1) =$ .....
4. En utilisant la question précédente, tracer la courbe représentative de f dans le repère ci-contre.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-affines/#correction-5.

2. Lien avec la proportionnalité

À RETENIR

Propriété

Une situation de proportionnalité de coefficient de proportionnalité a peut être modélisée par une fonction linéaire de coefficient directeur a.

EXEMPLE

La fonction P qui a tout cercle de rayon r associe son périmètre $P(r) = 2\pi r$, est linéaire. En particulier, le périmètre d'un cercle est proportionnel à son rayon.

INFORMATION

Un tableau de valeurs d'une fonction linéaire est donc un tableau de proportionnalité.

À RETENIR

Propriété

— La fonction qui modélise une augmentation de t % est la fonction linéaire $x \mapsto \left(1+\frac{t}{100}\right)x$.

— La fonction qui modélise une diminution de t % est la fonction linéaire $x \mapsto \left(1-\frac{t}{100}\right)x$.

EXERCICE 6

1. Donner une expression de la fonction f qui modélise une augmentation de 5 %. .....
2. Calculer $f(1\,300)$.

   $f(1\,300) =$ .....
3. Sofiane touche un salaire mensuel de 1 300 €. Il est augmenté le mois suivant de 5 %. Combien touchera-t-il? .....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/fonctions-affines/#correction-6.