SUITES NUMÉRIQUES

OBJECTIFS

— Modéliser une situation à l'aide d'une suite.
— Calculer un terme de rang donné d'une suite définie par une relation fonctionnelle ou une relation de récurrence.
— Réaliser et exploiter la représentation graphique des termes d'une suite.
— Savoir étudier une suite (mode de génération, sens de variation, représentation graphique).

I Définitions

À RETENIR

Définition

Une suite est une fonction u définie sur $\mathbb{N}$ (ou sur un sous-ensemble de $\mathbb{N}$), qui, à tout entier n, associe $u(n)$, que l'on note généralement u_n. La suite est alors notée (u_n) et u_n désigne son n-ième terme.

EXEMPLE

La suite (u_n) définie pour tout $n \geq 6$ par $u_n = \frac{1}{n-5}$ a pour premier terme $u_6 = \frac{1}{6-5} = 1$.

II Modes de génération

1. Expression explicite

À RETENIR

Définition

On dit qu'une suite (u_n) est définie **explicitement** si, pour tout entier n, u_n peut être calculé directement en fonction de n sans que l'on ait besoin de calculer tous les termes précédents.

EXERCICE 1

Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2n$.

1. $u_0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ **2.** $u_1 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ **3.** $u_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ **4.** $u_3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ **5.** $u_4 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites/#correction-1.

2. Relation de récurrence

À RETENIR

Définition

Définir une suite **par récurrence** revient à donner son premier terme puis une relation permettant de calculer le terme suivant à partir du précédent.

EXERCICE 2

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite (v_n) définie par $v_0 = 0$ et tout $n \in \mathbb{N}$ par $v_{n+1} = v_n + 2$.

   a. $v_0 = \dots\dots\dots$ **b.** $v_1 = \dots\dots\dots$ **c.** $v_2 = \dots\dots\dots$ **d.** $v_3 = \dots\dots\dots$ **e.** $v_4 = \dots\dots\dots$

2. Que pourrait-on conjecturer à propos de la suite (v_n) et de la suite (u_n) de l'exercice précédent ? ...

   ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites/#correction-2.

III Représentation graphique

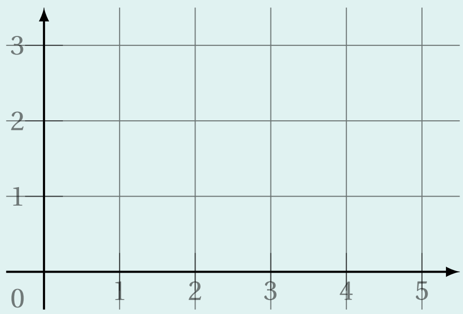
À RETENIR

Méthode

On peut représenter une suite (u_n) dans un repère en plaçant les points $(n; u_n)$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$. À l'inverse des fonctions, pas besoin de relier les points.

EXERCICE 3

Représenter ci-dessous les premiers termes de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = 2 + \frac{1}{n}$.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites/#correction-3.

IV Sens de variation

À RETENIR

Définition

Soit (u_n) une suite numérique. (u_n) est dite :

— **croissante** si, pour tout entier n, $u_{n+1} \geq u_n$;

— **décroissante** si, pour tout entier n, $u_{n+1} \leq u_n$;

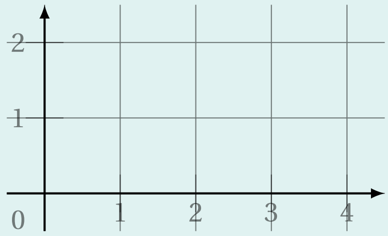
— **constante** si, pour tout entier n, $u_{n+1} = u_n$;

— **monotone** si, (u_n) est croissante ou décroissante.

EXERCICE 4

1. Représenter ci-dessous les premiers termes de la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_{n+1} = 0,5u_n$.
2. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n). ....

....



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites/#correction-4.

À RETENIR

Méthode

Soit (u_n) une suite numérique. Alors :

1. Si pour tout entier n, $u_{n+1} - u_n \geq 0$ ou si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ (pour $u_n > 0$), alors (u_n) est croissante.
2. Si pour tout entier n, $u_{n+1} - u_n \leq 0$ ou si $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ (pour $u_n > 0$), alors (u_n) est décroissante.

EXERCICE 5

Étudier les variations de la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par :

1. $u_n = n^2 + n$.

2. $u_n = \frac{2^n}{5^{n+1}}$.

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/premiere-stmg/suites/#correction-5.