

OBJECTIFS

- Connaître le théorème de Pythagore et sa réciproque.

I Rappels sur le théorème de Pythagore

À RETENIR

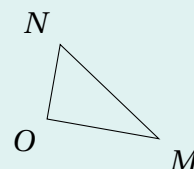
Théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC . Si ABC est rectangle en A , alors $BC^2 = AB^2 + CA^2$.

EXERCICE 1

Le triangle ci-contre est rectangle. Écrire l'égalité de Pythagore associée.

.....
.....



• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/quatrieme/reciproque-pythagore/#correction-1>.

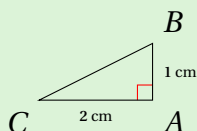
À RETENIR

Méthode

Pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

EXEMPLE

Le triangle ABC ci-contre est rectangle en A . On applique le théorème de Pythagore.

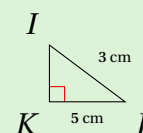


$$\begin{aligned} BC^2 &= BA^2 + AC^2 \\ &= 1^2 + 2^2 \\ &= 1 + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Donc $BC = \sqrt{5} \text{ cm} \approx 2,24 \text{ cm}$.

EXEMPLE

Le triangle IJK ci-contre est rectangle en K . On applique le théorème de Pythagore.



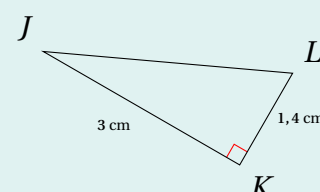
$$\begin{aligned} IJ^2 &= IK^2 + KJ^2 \\ 5^2 &= 3^2 + KJ^2 \\ 5^2 - 3^2 &= KJ^2 \\ 16 &= KJ^2 \end{aligned}$$

Donc $KJ = \sqrt{16} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$.

EXERCICE 2

On considère le triangle JKL ci-contre. Calculer une valeur approchée de JL .

.....
.....
.....



• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/quatrieme/reciproque-pythagore/#correction-2>.

II Réciproque du théorème de Pythagore

À RETENIR

Réciproque du théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC . Si $BC^2 = AB^2 + CA^2$, alors ABC est rectangle en A .

INFORMATION

La réciproque d'un théorème s'obtient en « échangeant » ses hypothèses et sa conclusion. Si un théorème s'énonce « Si *Affirmation 1*, alors *Affirmation 2* », alors sa réciproque s'énonce « Si *Affirmation 2*, alors *Affirmation 1* ».

Il arrive qu'un théorème soit vrai, mais que sa réciproque soit fausse (le théorème de Rolle par exemple).

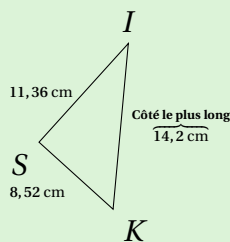
À RETENIR

Méthode

Soit ABC un triangle dont le plus grand côté est $[BC]$.

- Si $BC^2 = AB^2 + CA^2$, alors ABC est rectangle en A .
- Si $BC^2 \neq AB^2 + CA^2$, alors ABC n'est pas rectangle en A .

EXEMPLE



Le côté le plus long est $[KI]$.

D'une part :

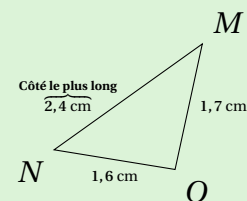
$$\begin{aligned} KI^2 \\ &= 14,2^2 \\ &= 201,64 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} IS^2 + SK^2 \\ &= 11,36^2 + 8,52^2 \\ &= 201,64 \end{aligned}$$

$KI^2 = IS^2 + SK^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, SKI est rectangle.

EXEMPLE



Le côté le plus long est $[MN]$.

D'une part :

$$\begin{aligned} MN^2 \\ &= 2,4^2 \\ &= 5,76 \end{aligned}$$

D'autre part :

$$\begin{aligned} NO^2 + MO^2 \\ &= 1,6^2 + 1,7^2 \\ &= 5,45 \end{aligned}$$

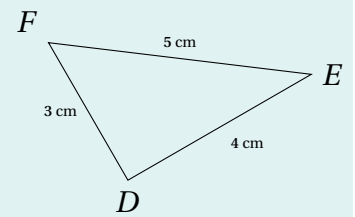
$MN^2 \neq NO^2 + OM^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, MNO n'est pas rectangle.

INFORMATION

Lorsque l'on conclue que le triangle n'est pas rectangle, on parle plutôt de **contraposée** du théorème de Pythagore.

EXERCICE 3

On considère le triangle DEF ci-dessous. Est-il rectangle?



.....

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/quatrieme/reciproque-pythagore/#correction-3>.

