THÉORÈME DE THALÈS

OBJECTIFS

— Connaître le théorème de Thalès.
— Dans une configuration de Thalès, savoir calculer une longueur manquante en utilisant la proportionnalité.
— Démontrer le parallélisme de deux droites en s'appuyant sur des rapports de longueurs.

I Théorème de Thalès

1. Égalité de Thalès

À RETENIR

Théorème de Thalès

Soient un triangle ABC et deux points $D \in (AB)$ et $E \in (AC)$. Si $(DE) \parallel (BC)$, alors $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

INFORMATION

Remarque

On a également $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{BC}{DE}$. Ces égalités signifient que le triangle ADE est une réduction (ou un agrandissement) du triangle ABC.

EXERCICE 1

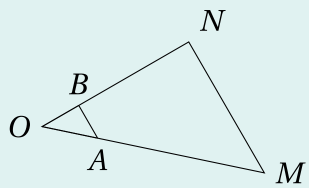
Dans la figure ci-contre, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

1. Écrire l'égalité de Thalès correspondant à cette figure.

   . . . .

2. En mesurant les longueurs sur la figure, vérifier cette égalité.

   . . . .



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/quatrieme/thales/#correction-1.

2. Calculs de longueurs

À RETENIR

Méthode

En présence d'un triangle et d'une droite parallèle à un côté, on peut utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur.

EXEMPLE

On considère le triangle ci-contre. Calculons les longueurs CN et CA.
On sait :

— C, M et A sont alignés.

— C, N et B sont alignés.

— $(MN) \parallel (AB)$.

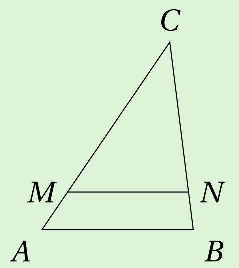
On applique le théorème de Thalès.

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB} \Longrightarrow \frac{4,8}{CA} = \frac{CN}{5} = \frac{3,2}{4}$$

Ainsi :

— $\frac{CN}{5} = \frac{3{,}2}{4}$, donc $CN = 5 \times \frac{3{,}2}{4} = 4$ cm.

— $\frac{4{,}8}{CA} = \frac{3{,}2}{4}$, c'est à dire $\frac{CA}{4{,}8} = \frac{4}{3{,}2}$, donc $CA = 4,8 \times \frac{4}{3{,}2} = 6$ cm.



$CM = 4,8$ cm

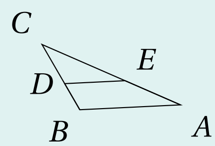
$CB = 5$ cm

$MN = 3,2$ cm

$AB = 4$ cm

EXERCICE 2

On considère la figure ci-contre où $(AB) \parallel (DE)$. Calculer AC.



$CE = 6$ cm

$CD = 3$ cm

$CB = 5$ cm

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/quatrieme/thales/#correction-2.

II Réciproque du théorème de Thalès

À RETENIR

Réciproque du théorème de Thalès

Soient un triangle ABC et deux points $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$. Si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, alors $(DE) \parallel (BC)$.

À RETENIR

Méthode

Pour montrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles, on peut utiliser la réciproque du théorème de Thalès.

EXEMPLE

On se demande si (GH) et (FD) sont parallèles. On sait :

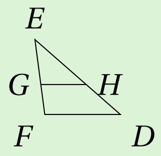
— E, G et F sont alignés dans le même ordre.

— E, H et D sont alignés dans le même ordre.

Or,

$$\frac{EG}{EF} = 0,6 \text{ et } \frac{EH}{ED} = 0,6$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (GH) et (FD) sont parallèles.



$EG = 0,6$ cm

$EF = 1$ cm

$EH = 0,9$ cm

$ED = 1,5$ cm

EXEMPLE

On se demande si (AB) et (OI) sont parallèles. On sait :

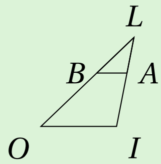
— A, L et I sont alignés dans le même ordre.

— B, L et O sont alignés dans le même ordre.

Or,

$$\frac{LA}{LI} = 0,4 \text{ et } \frac{LB}{LO} = 0,5$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (GH) et (FD) ne sont pas parallèles.



$LA = 0,48$ cm

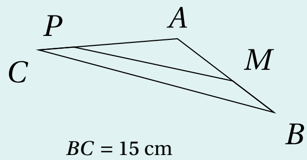
$LI = 1,2$ cm

$LB = 0,85$ cm

$LO = 1,7$ cm

EXERCICE 3

On considère la figure ci-contre. En utilisant la réciproque du théorème de Thalès, dire si les droites (BM) et (PC) sont parallèles ou non.



$BC = 15$ cm

$AB = 7$ cm

$AC = 8$ cm

$AM = 4$ cm

$AP = 6$ cm

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/quatrieme/thales/#correction-3.

INFORMATION

Lorsque l'on conclue que deux droites ne sont pas parallèles, on parle plutôt de **contraposée** du théorème de Thalès.