

OBJECTIFS

- Effectuer des calculs littéraux mettant en jeu des puissances, des racines carrées, des écritures fractionnaires.
- Utiliser les identités remarquables dans les deux sens.
- Manipuler des exemples simples de calcul expressions algébriques, en particulier sur des expressions fractionnaires.
- Savoir décrire l'ensemble des solutions d'une équation.

I Rappels

1. Règles de base

À RETENIR

Définitions

Soient a et b deux nombres réels et soit n un entier naturel.

Opération	Notation	Opération	Notation
$a + a$	$2a$	$a \times a$	a^2
$\underbrace{a + \dots + a}_{n \text{ fois}}$	na	$\underbrace{a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$	a^n
$a \times 2$ ou $2 \times a$	$2a$	$a \times b$ ou $b \times a$	ab

2. Développement

À RETENIR

Définition

Développer une expression littérale, c'est transformer un produit en somme (ou en différence).

EXEMPLE

$$\begin{aligned} 5(3a - 1) &= 5 \times 3a + 5 \times (-1) \\ &= 5 \times 3a - 5 \\ &= 15a - 5 \end{aligned}$$

EXEMPLE

$$\begin{aligned} (2x + 3)(5x + 7) &= 2x \times 5x + 2x \times 7 + 3 \times 5x + 3 \times 7 \\ &= 10x^2 + 14x + 15x + 21 \\ &= 10x^2 + 29x + 21 \end{aligned}$$

EXERCICE 1

Compléter en développant et en réduisant les expressions suivantes.

- $(2x - 1)x = \dots\dots\dots$
- $(x + 3)(x + 2) = \dots\dots\dots$
- $(1 + x)(x - 9) = \dots\dots\dots$
- $(-2x + 8)(4 - x) = \dots\dots\dots$



3. Factorisation

À RETENIR

Définition

Factoriser une expression littérale, c'est transformer une somme (ou une différence) en produit.

EXEMPLE

$$85r + 15r = (85 + 15)r = 100r$$

EXEMPLE

$$57(b + 1) - 4(b + 1) = (57 - 4)(b + 1) = 53(b + 1)$$

EXERCICE 2

Compléter en factorisant les expressions suivantes.

- $7z + 9z = \dots\dots\dots$
- $10x - 10y = \dots\dots\dots$
- $11a + 11b - 11c = \dots\dots\dots$
- $4x(y - 6) + 5(y - 6) = \dots\dots\dots$
- $(x - 1)5x + 3(x - 1) = \dots\dots\dots$

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-2>.

II Identités remarquables

À RETENIR

Propriétés

Soient a et b deux nombres réels. On a les égalités suivantes.

Forme factorisée	Forme développée
$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)(a - b)$	$a^2 - b^2$

EXERCICE 3

1. Développer les expressions suivantes.

- $(-2x + 3)^2 = \dots\dots\dots$
- $(3t + 2)(3t - 2) = \dots\dots\dots$
- $5(x - 3)^2 = \dots\dots\dots$

2. Factoriser les expressions suivantes.

- $16x^2 - 49 = \dots\dots\dots$
- $x^2 + 12x + 36 = \dots\dots\dots$
- $4a^2 + 4a + 1 = \dots\dots\dots$

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-3>.

III Équations

1. Équations du premier degré

À RETENIR ∞

Méthode

Pour résoudre une équation du premier degré (ie. dont l'exposant de l'inconnue est 1), on isole l'inconnue d'un côté du symbole “=”.

EXEMPLE ?

On veut résoudre l'équation $2x - 1 = 0$. On isole le x du côté gauche du symbole “=” :

$$\begin{aligned} 2x - 1 &= 0 \\ \Leftrightarrow 2x &= 1 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Donc $\frac{1}{2}$ est la solution de cette équation. On note ceci $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

EXERCICE 4 📝

Résoudre les équations suivantes.

1. $-5x + 3 = -3x + 2$.

2. $3(x + 4) = -(x + 5) + 1$.

👉 Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-4>.

2. Équations “produit nul”

À RETENIR ∞

Propriété

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $(3x + 4)(2x - 3) = 0$. C'est une équation de type "produit nul", qui peut se traduire par :

$$\begin{array}{ccc} 3x + 4 = 0 & \text{ou} & 2x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow 3x = -4 & & \Leftrightarrow 2x = 3 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3} & & \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \end{array}$$

Donc $-\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$ sont les solutions de cette équation. On note ceci $\mathcal{S} = \{-\frac{4}{3}; \frac{3}{2}\}$.

EXERCICE 5

Résoudre les équations suivantes.

1. $x(7x + 2) = 0$.

2. $(x + 3)^2 = 0$.

3. $x^2 = 2x$.

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-5>.

3. Équations du type $x^2 = a$

À RETENIR

Propriété

Les solutions d'une équation du type $x^2 = a$ dépendent du signe de a .

- Si $a > 0$, l'équation a deux solutions : $-\sqrt{a}$ et \sqrt{a} .
- Si $a = 0$, l'équation a une solution : 0.
- Si $a < 0$, l'équation n'a pas de solution.

EXEMPLE

L'équation $x^2 = 9$ a deux solutions : -3 et 3 . On a $\mathcal{S} = \{-3; 3\}$.

EXEMPLE

L'équation $x^2 = -1$ n'a pas de solution. On note ceci $\mathcal{S} = \emptyset$.

EXERCICE 6

Résoudre, si possible, l'équation $-5x^2 = -125$.

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-6>.

4. Équations quotient

À RETENIR

Définition

Les valeurs qui annulent le dénominateur d'une expression littérale fractionnaire sont appelées **valeurs interdites**.

À RETENIR

Propriété

Si une fraction $\frac{A}{B}$ est nulle, alors $A = 0$ et $B \neq 0$.

EXEMPLE

On veut résoudre l'équation $\frac{x+3}{x-2} = 0$. Alors 2 est une valeur interdite. Pour $x \neq 2$, on a :

$$\begin{aligned} \frac{x+3}{x-2} &= 0 \\ \Leftrightarrow x+3 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= -3 \end{aligned}$$

Donc $\mathcal{S} = \{-3\}$.

EXERCICE 7

Résoudre l'équation $\frac{(3x+1)(1-x)}{x^2-25} = 0$ en précisant la ou les valeurs interdites.

• Voir la correction : <https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/calcul-litteral-equations/#correction-7>.