? ENSEMBLES DE NOMBRES

Nom : . . . . Prénom : . . . . Classe : . . . .

OBSERVATIONS

. . . .

. . . .

— Il est **toléré** de travailler avec **une personne de la classe**, à condition de l'avoir indiqué sur la copie.
— Il est **interdit** d'utiliser **un logiciel d'intelligence artificiel** pour répondre aux questions. Des explications seront demandées en cas de doute.

Tout manquement à l'une de ces règles entraînera l'attribution de la note minimale de zéro.

NOTE

/ 20

EXERCICE 1

1. **a.** Résoudre l'inéquation $7x - 4 \geq 0$.

b. Résoudre l'inéquation $-3x - 5 \geq 0$.

2. On considère un produit $a \times b$ entre deux nombres réels a et b. À quelle(s) condition(s) sur a et/ou b celui-ci est-il positif? . . . .

. . . .

3. En déduire la solution de l'inéquation $(7x - 4)(-3x - 5) \geq 0$.

EXERCICE 2

L'objectif de cet exercice est de démontrer que $\sqrt{3}$ n'est pas un nombre rationnel. On rappelle pour cela que :

— n est un multiple de 3 si et seulement s'il est de la forme $n = 3k$ avec $k \in \mathbb{Z}$. Par exemple, $6 = 3 \times \underbrace{2}_{k}$, $9 = 3 \times \underbrace{3}_{k}$, ...

— n n'est pas un multiple de 3 si et seulement s'il est de la forme $n = 3k + 1$ ou $n = 3k + 2$ avec $k \in \mathbb{Z}$. Par exemple, $4 = 3 \times \underbrace{1}_{k} + 1$, $8 = 3 \times \underbrace{2}_{k} + 2$, ...

1. a. Soit n un nombre. On suppose que n n'est pas un multiple de 3. Démontrer que n^2 n'est pas un multiple de 3.

   b. Quelle est la contraposée de cette implication ? ....

   ....

2. On suppose par l'absurde que $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ où $\frac{p}{q}$ est une fraction irréductible.

   a. Démontrer que $3q^2 = p^2$.

   b. Que peut-on dire de p^2 ? Et de p ? ....

   ....

   c. Démontrer que q^2 est un multiple de 3.

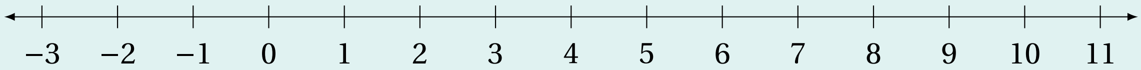
   d. Trouver un diviseur commun à p et q.

   e. Conclure. ....

   ....

EXERCICE 3

1. Sur la droite ci-dessous, surligner les nombres réels x vérifiant $|x-2| \leq 3,5$.



2. À quel intervalle cette inégalité correspond t-elle ? ....

3. Sur la droite, souligner les nombres entiers naturels qui vérifient cette inégalité (exemple : $\underline{10}$), et mettre un trait sur les nombres entiers relatifs qui vérifient cette inégalité (exemple : $\overline{10}$).

EXERCICE 4

1. Compléter les relations d'appartenance suivantes avec $\in$ ou $\notin$.

a. $\frac{121}{11}$ .... $\mathbb{N}$ **c.** $\frac{1}{3}$ .... $\mathbb{Q}$ **e.** -1 ..... $]-\infty;-1[\cup]-1;1]$

b. $\sqrt{2}$ .... $\mathbb{R}$ **d.** 5 .... $]4,99;+\infty[$ **f.** 10 .... $[5;12[\cap]5;10[$

2. Compléter les relations d'inclusion suivantes avec $\subset$ ou $\not\subset$.

a. $\mathbb{Z}$ .... $\mathbb{N}$ **c.** $\mathbb{D}$ .... $\mathbb{Q}$ **e.** $[4;5[$ .... $]-\infty;5[$

b. $\mathbb{N}$ .... $\mathbb{R}$ **d.** $[-1;1]$ .... $]-2;2[$ **f.** $[2;3]\cup[6;8]$ ...... $]1,5;8,5[$

Rappel.

— Le symbole $\in$ signifie “appartient à” et le symbole $\notin$ signifie “n'appartient pas à”.
— Le symbole $\subset$ signifie “est inclus dans” : il est utilisé lorsque *tous* les éléments d'un ensemble appartiennent à un autre.
— Le symbole $\not\subset$ signifie “n'est pas inclus dans” : il est utilisé lorsqu'*au moins un* élément d'un ensemble n'appartient pas à un autre.