STATISTIQUES DESCRIPTIVES

OBJECTIFS

- Savoir manipuler un indicateur de tendance centrale d'une série statistique : la moyenne pondérée.
- Connaître les propriétés de linéarité de la moyenne pondérée.
- Savoir manipuler des indicateurs de dispersion d'une série statistique : écart interquartile et écart type.
- Décrire verbalement les différences entre deux séries statistiques, en s'appuyant sur des indicateurs ou sur des représentations graphiques données.

I Vocabulaire

À RETENIR

Définition

- Une **série statistique** est un ensemble de valeurs $x_1, x_2, \dots, x_p$, ordonnées ou non.
- L'**effectif** n_i d'une donnée x_i est le nombre de fois où elle apparaît dans cette série.
- L'**effectif total** N est la somme de tous les effectifs.
- La **fréquence** f_i d'une donnée x_i est le quotient de son effectif par l'effectif total.

$$f_i = \frac{n_i}{N}$$

EXEMPLE

Julie a regroupé ses dernières notes obtenues en mathématiques : 11 ; 15 ; 12 ; 16 ; 15.

La série de nombres ci-dessus est une série de données dont l'effectif total est 5. L'effectif de la note 15 est 2, et sa fréquence est $\frac{2}{5}$.

II Indicateurs statistiques

1. Moyenne pondérée

À RETENIR

Définition

On considère une série statistique constituée de p valeurs $x_1, x_2, \dots, x_p$ affectées de p coefficients $c_1, c_2, \dots, c_p$. Alors, la **moyenne pondérée** de cette série est

$$\frac{c_1 \times x_1 + c_2 \times x_2 + \cdots + c_p \times x_p}{c_1 + c_2 + \cdots + c_p}$$

EXERCICE 1

Voici les ventes réalisées un samedi par la pizzeria Del Piero.

Prix (en €)	8	9	9,5	11	12
Nombre de pizzas vendues	16	24	8	12	20

Calculer le prix moyen des pizzas vendues.

. . . . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/statistiques/#correction-1.

À RETENIR

Propriété

On considère une série statistique $x_1, x_2, \ldots, x_p$ de moyenne m. Soient $a, b \in \mathbb{R}$. Alors :

— La série statistique $a \times x_1, a \times x_2, \ldots, a \times x_p$ a pour moyenne $a \times m$.

— La série statistique $x_1 + b, x_2 + b, \ldots, x_p + b$ a pour moyenne $m + b$.

— La série statistique $a \times x_1 + b, a \times x_2 + b, \ldots, a \times x_p + b$ a pour moyenne $a \times m + b$.

EXERCICE 2

1. Un commerçant achète des articles dont le prix moyen est de 22 €. Il les revend en multipliant les prix par 1,5 pour avoir un bénéfice. Quelle est la nouvelle moyenne des prix de vente ? . . . . . .

   . . . . . .

2. Dans un autre magasin, le prix moyen d'un article est de 43 €. Pour liquider son stock, le gérant décide de baisser les prix de tous les articles de 5 €. Quelle est la nouvelle moyenne des prix de vente ? . . . . .

   . . . . . .

2. Écart type

À RETENIR

Définition

On considère une série statistique $x_1, x_2, \ldots, x_p$ de moyenne m.

— L'**écart type** de cette série est le nombre

$$\sqrt{\frac{(x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + \cdots + (x_p - m)^2}{p}}$$

— Dans le cas où cette série est pondérée par des coefficients $c_1, c_2, \ldots, c_p$, son écart type est égal à

$$\sqrt{\frac{c_1(x_1 - m)^2 + c_2(x_2 - m)^2 + \cdots + c_p(x_p - m)^2}{c_1 + c_2 + \cdots + c_p}}$$

INFORMATION

L'écart type d'une série statistique est un indicateur de dispersion de cette série autour de la moyenne. Concrètement, il donne une certaine mesure de l'écart entre les valeurs de la série et la moyenne de celle-ci :

— plus l'écart type d'une série est petit, plus les valeurs de la série sont concentrées autour de la moyenne, donc plus la série est homogène ;

— plus l'écart type d'une série est grand, plus les valeurs de la série sont écartées de la moyenne, donc moins la série est homogène.

EXERCICE 3

On considère deux entreprises de 10 employés dans lesquelles le salaire moyen est 3 000 € :

— l'entreprise 1 dans laquelle 5 employés gagnent 2 500 € et 5 employés gagnent 3 500 € par mois.

— l'entreprise 2 dans laquelle 9 employés gagnent 1 200 € et 1 employé gagne 19 200 € par mois.

1. Pour chacune des deux entreprises, déterminer l'écart type de la série des salaires.
   a. Entreprise 1. .....
   b. Entreprise 2. .....
2. Interpréter la différence entre ces deux écarts-types. .....

.....

.....

.....

.....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/statistiques/#correction-3.

3. Quartiles

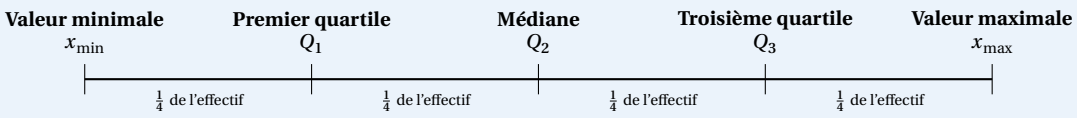
À RETENIR

Définition

— Le **premier quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.

— La **médiane** d'une série statistique est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 50 % des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.

— Le **troisième quartile** d'une série statistique est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75 % des valeurs de la série lui soient inférieures ou égales.



Pour déterminer ces indicateurs, on a souvent recours aux **effectifs cumulés croissants**. Pour une donnée, il s'agit du nombre de valeurs inférieures ou égales à sa valeur.

EXERCICE 4

Un service de streaming vidéo a mené une enquête portant sur 812 comptes répartis selon le nombre d'utilisateurs. Les résultats sont donnés ci-dessous.

Nombre d'utilisateurs	1	2	3	4	5
Effectif	299	162	130	122	99
Effectifs cumulés croissants	299	461	591		

1. La ligne "Effectifs cumulés croissants" n'est remplie que partiellement. Compléter les cellules restantes.
2. **a.** Quel est l'effectif total de la série ? .....
   b. Calculer les indicateurs suivants.
   - Médiane. .....
   - Premier quartile. .....
   - Troisième quartile. .....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/statistiques/#correction-4.

À RETENIR

Définition

L'**écart interquartile** d'une série est la différence entre son troisième et son premier quartile.

INFORMATION

Il s'agit là encore d'un indicateur de dispersion. Plus cet écart est petit, plus les valeurs de la série qui sont dans l'intervalle $[Q_1 ; Q_3]$ sont proches les unes des autres. Les valeurs en dehors de $[Q_1 ; Q_3]$ n'ont pas d'influence sur celui-ci.

EXERCICE 5

On donne le tableau résumant les temps d'entraînement, en secondes, d'un coureur sur 400 m sur deux mois.

Mois	**Premier quartile**	**Médiane**	**Troisième quartile**
Mois 1	52	55	58
Mois 2	50	52	54

Calculer les écarts interquartiles correspondants, et interpréter la différence.

.....

.....

.....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/statistiques/#correction-5.