? VARIATIONS D'UNE FONCTION

Nom : . . . . Prénom : . . . . Classe : . . . .

OBSERVATIONS 💬

. . . .

. . . .

— Il est **toléré** de travailler avec **une personne de la classe**, à condition de l'avoir indiqué sur la copie.
— Il est **interdit** d'utiliser **un logiciel d'intelligence artificiel** pour répondre aux questions. Des explications seront demandées en cas de doute.

Tout manquement à l'une de ces règles entraînera l'attribution de la note minimale de zéro.

NOTE 💯

20

EXERCICE 1 📝

1. a. Tracer le tableau de variations de la fonction carré sur $\mathbb{R}$.

b. Caractériser les variations de la fonction carré $\mathbb{R}$ par des phrases. . . . .

. . . .

2. L'objectif de cette question est de prouver les affirmations de la question **1. b.**. Pour cela, on considère $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $x \leq y$.

a. Développer et simplifier $(y-x)(y+x)$. . . . .

. . . .

b. Quelle est le signe de $y-x$? . . . .

c. Supposons dans un premier temps $x, y \leq 0$. Expliquer pourquoi $(y-x)(y+x)$ est négatif, et conclure que la fonction carré est décroissante sur $]-\infty ; 0]$.

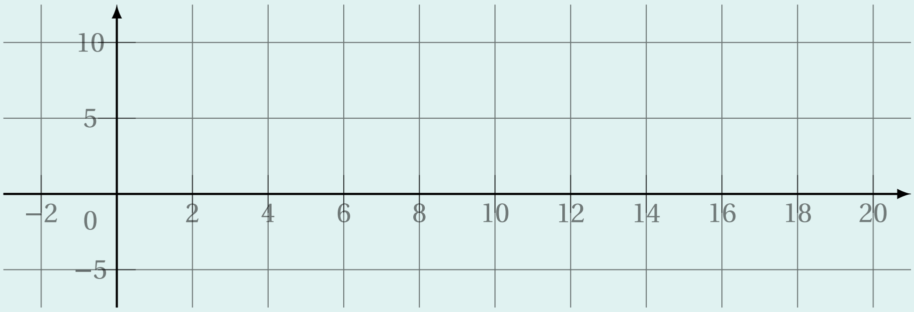
d. Supposons maintenant $x, y \geq 0$. Montrer de même que la fonction carré est croissante sur $[0 ; +\infty[$.

EXERCICE 2

Une joueuse de handball lance une balle devant elle. Au bout de x mètres parcourus au sol, la hauteur de la balle (en mètres) avant qu'elle ne touche le sol est donnée par $h(x) = -0,05x^2 + 0,9x + 2$.

1. a. Représenter la fonction h dans le repère ci-contre.

   b. Dresser le tableau de variations de h sur $[-2;20]$.



2. Quelle est la hauteur de la balle après 20 mètres parcourus au sol? Que peut-on en déduire pour la balle? ....

....

3. a. Montrer que $h(x) = -0,05(x-9)^2 + 6,05$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

   b. Démontrer que $h(x) \leq 6,05$.

   c. Quel est le maximum de h sur $\mathbb{R}$? En quelle valeur est-il atteint? ....

   ....

   d. Donner une interprétation de la question précédente dans le contexte de l'exercice. ....

   ....

EXERCICE 3

Le but de cet exercice est de démontrer que la fonction inverse $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ n'admet pas de minimum sur $]0;+\infty[$. Supposons par l'absurde qu'elle admet un minimum m, atteint en une valeur a (ie. $f(a) = m$ est la plus petite valeur atteinte par f sur $]0;+\infty[$).

1. Dresser le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$.

2. Comparer $f(a)$ et $f(a+1)$ en justifiant. ....

....

3. Pourquoi obtient-on une contradiction? ....

....