VECTEURS DU PLAN

2

OBJECTIFS

- Connaître les notions de direction, sens et norme pour un vecteur.
- Représenter géométriquement des vecteurs.
- Savoir repérer deux vecteurs égaux ou colinéaires.
- Utiliser la relation de Chasles.
- Connaître les opérations sur les vecteurs et leur représentation géométrique.
- Caractériser alignement et parallélisme par la colinéarité de vecteurs.

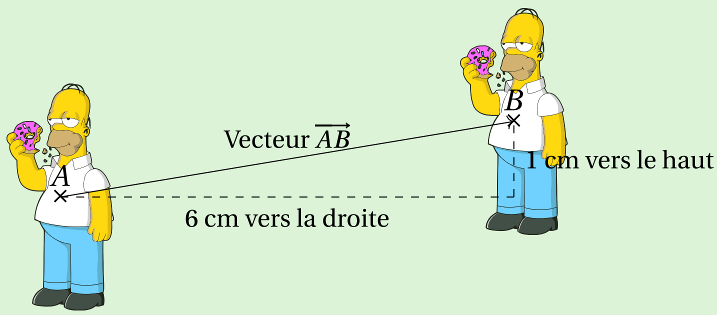
I Translations

À RETENIR

Définitions

Lorsque l'on réalise une translation sur une figure, la direction, le sens et la longueur de celle-ci définissent le **vecteur** associé à cette translation. Un vecteur est donc un déplacement dans le plan : on le représente par une flèche. Le vecteur qui ne représente aucun déplacement est appelé **vecteur nul**.

EXEMPLE



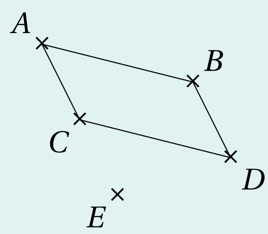
À RETENIR

Propriété

Soient A, B, C et D quatre points. $ABDC$ est un parallélogramme (éventuellement aplati) si et seulement si D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ (ie. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$).

EXERCICE 1

Le quadrilatère $ABDC$ ci-contre est un parallélogramme. E est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AC}$.



1. Placer F, l'image de E par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Citer deux autres parallélogrammes que $ABDC$. ....
....
....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-1.

II Vecteurs

1. Caractéristiques

À RETENIR

Définitions

Soient A et B deux points. On appelle :

— **Direction** de $\overrightarrow{AB}$, la direction de la droite (AB).

— **Sens** de $\overrightarrow{AB}$, le sens de A vers B.

— **Norme** de $\overrightarrow{AB}$, notée $\|\overrightarrow{AB}\|$, la longueur du segment $[AB]$ (qui correspond à AB).

Deux vecteurs ayant même direction, sens et norme sont dits **égaux**.

À RETENIR

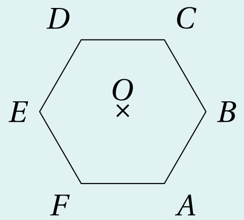
Définition

Un vecteur $\vec{u}$ est un déplacement : il n'est pas nécessairement attaché à un point particulier. On peut le placer n'importe où dans le plan. Chacun des vecteurs égaux à $\vec{u}$ s'appelle un **représentant** de $\vec{u}$.

EXERCICE 2

$ABCDEF$ est un hexagone régulier de centre O.

1. Citer un vecteur qui a la même direction que $\overrightarrow{AB}$, mais pas le même sens ni la même norme. ....
2. Donner le représentant de $\overrightarrow{CD}$ d'origine A. ....
3. Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{BC}$ autre que lui-même. ....



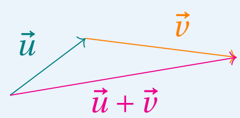
Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-2.

2. Somme

À RETENIR

Définition

La **somme** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u}+\vec{v}$, est le vecteur associé à la translation de vecteur $\vec{u}$ suivie de la translation de vecteur $\vec{v}$.



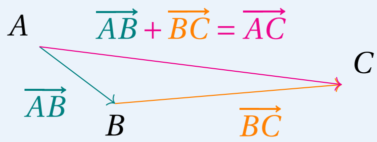
À RETENIR

Propriété

Soient A, B et C trois points. On a la relation suivante :

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

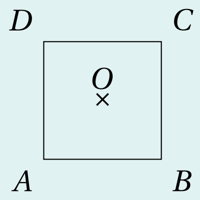
Elle s'appelle **relation de Chasles**.



EXERCICE 3

On considère le carré $ABCD$ ci-contre de centre O. Construire un représentant des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO}$.
2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OD}$.



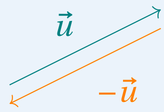
Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-3.

3. Différence

À RETENIR

Définition

Le **vecteur opposé** d'un vecteur $\vec{u}$, noté $-\vec{u}$, est le vecteur qui possède la même direction, la même norme, mais un sens opposé.



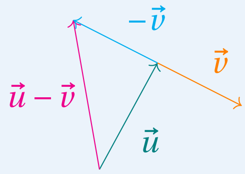
À RETENIR

Définition

La **différence** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$, notée $\vec{u} - \vec{v}$, est le vecteur

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$$

ie. $\vec{u} - \vec{v}$ est la somme de $\vec{u}$ avec l'opposé de $\vec{v}$. On a de plus la relation $\vec{u} - \vec{u} = \vec{0}$.



EXERCICE 4

Simplifier les écritures vectorielles suivantes en les écrivant sous la forme d'un seul vecteur.

1. $\overrightarrow{RT} + \overrightarrow{TE} =$ ....
2. $\overrightarrow{AR} - \overrightarrow{CR} =$ ....
3. $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{RC} =$ ....
4. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} - \overrightarrow{SB} =$ ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-4.

4. Multiplication par un nombre

À RETENIR

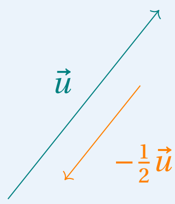
Définition

Soient $\vec{u}$ un vecteur et k un nombre réel non nul. On définit le vecteur $k\vec{u}$, le résultat de la **multiplication** entre k et $\vec{u}$, par :

— sa direction : la même que celle de $\vec{u}$;

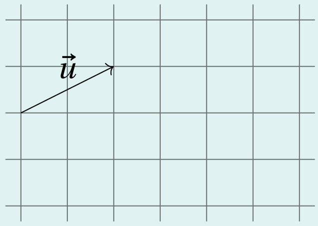
— son sens : le même que celui de $\vec{u}$ si $k > 0$, le sens opposé sinon ;

— sa norme : $k \times \|\vec{u}\|$ si $k > 0$, $-k \times \|\vec{u}\|$ sinon.



EXERCICE 5

On considère le vecteur $\vec{u}$ ci-contre. Construire chacun des vecteurs suivants.



1. $2\vec{u}$.
2. $-3\vec{u}$.
3. $\frac{1}{2}\vec{u}$.

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-5.

À RETENIR

Remarque

Les règles d'opérations sur les vecteurs sont les mêmes que sur les nombres. Ainsi, pour quelque soient les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$:

— $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$.

— $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$.

— $\vec{u}+\vec{0}=\vec{u}$.

III Colinéarité

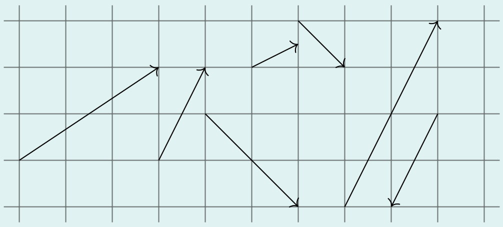
À RETENIR

Définition

On dit que deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **colinéaires** s'il existe un nombre réel k tel que $\vec{v}=k\vec{u}$.

EXERCICE 6

Repasser de la même couleur les vecteurs colinéaires.



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-6.

À RETENIR

Propriétés

— Deux droites (AB) et (MN) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{MN}$ sont colinéaires.

— Trois points A, B et C sont alignés si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

EXERCICE 7

Soient ABC un triangle et P et R deux points tels que $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AR}=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}$.

1. Montrer que $3\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AR}$. ....

   ....

2. Que peut-on dire des points A, R et P ? ....

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/seconde/vecteurs/#correction-7.