THÉORÈMES DE PYTHAGORE ET DE THALÈS

OBJECTIFS

- Utiliser la racine carrée d'un nombre positif en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore ; agrandissement, réduction et aires).
- Calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs des deux autres côtés.
- Démontrer qu'un triangle est un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs de ses côtés.
- Dans une configuration de Thalès, savoir calculer une longueur manquante en utilisant la proportionnalité.
- Démontrer le parallélisme de deux droites en s'appuyant sur des rapports de longueurs.

I Théorème de Pythagore

1. Calculer une longueur

À RETENIR

Théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hyopthénuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.

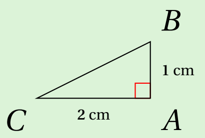
À RETENIR

Méthode

Pour calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle, on peut utiliser le théorème de Pythagore.

EXEMPLE

Le triangle ABC ci-contre est rectangle en A. On applique le théorème de Pythagore.

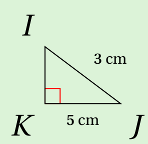


$$\begin{aligned} BC^2 &= BA^2 + AC^2 \\ &= 1^2 + 2^2 \\ &= 1 + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Donc $BC = \sqrt{5}$ cm $\approx 2,24$ cm.

EXEMPLE

Le triangle IJK ci-contre est rectangle en K. On applique le théorème de Pythagore.

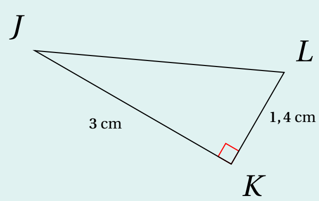


$$\begin{aligned} IJ^2 &= IK^2 + KJ^2 \\ 5^2 &= 3^2 + KJ^2 \\ 5^2 - 3^2 &= KJ^2 \\ 16 &= KJ^2 \end{aligned}$$

Donc $KJ = \sqrt{16}$ cm $= 4$ cm.

EXERCICE 1

On considère le triangle JKL ci-contre. Calculer une valeur approchée de JL.



. . . .

. . . .

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/pythagore-thales/#correction-1.

2. Montrer que des droites sont perpendiculaires

À RETENIR

Réciproque du théorème de Pythagore

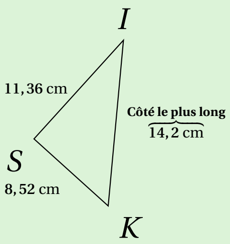
Si dans un triangle, le carré du plus grand côté est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

À RETENIR

Méthode

Pour montrer qu'un triangle est ou n'est pas rectangle, on peut utiliser la réciproque du théorème de Pythagore.

EXEMPLE

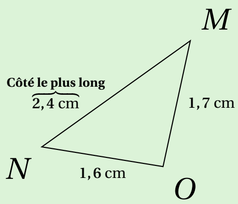


D'une part :
KI^2
$=14,2^2$
$=201,64$

D'autre part :
IS^2+SK^2
$=11,36^2+8,52^2$
$=201,64$

$KI^2 = IS^2 + SK^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, SKI est rectangle.

EXEMPLE



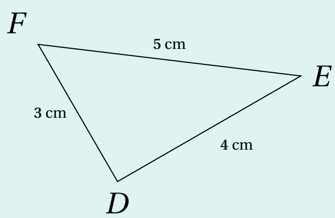
D'une part :
MN^2
$=2,4^2$
$=5,76$

D'autre part :
NO^2+OM^2
$=1,6^2+1,7^2$
$=5,45$

$MN^2 \neq NO^2 + OM^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, MNO n'est pas rectangle.

EXERCICE 2

On considère le triangle DEF ci-contre. Est-il rectangle ?



. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/pythagore-thales/#correction-2.

II Théorème de Thalès

1. Calculer une longueur

À RETENIR

Théorème de Thalès

Soient un triangle ABC et deux points $D \in (AB)$ et $E \in (AC)$. Si $(DE) \parallel (BC)$, alors $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$.

À RETENIR

Méthode

En présence d'un triangle et d'une droite parallèle à un côté, on peut utiliser le théorème de Thalès pour calculer une longueur.

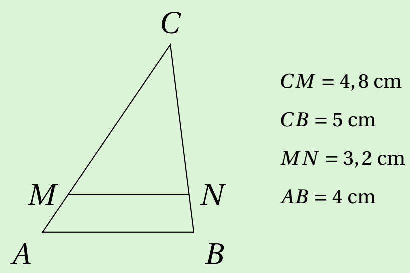
EXEMPLE

On considère le triangle ci-contre. Calculons les longueurs CN et CA.
On sait :

- C, M et A sont alignés.
- C, N et B sont alignés.
- $(MN) \parallel (AB)$.

On applique le théorème de Thalès.

$$\frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{MN}{AB} \Longrightarrow \frac{4,8}{CA} = \frac{CN}{5} = \frac{3,2}{4}$$

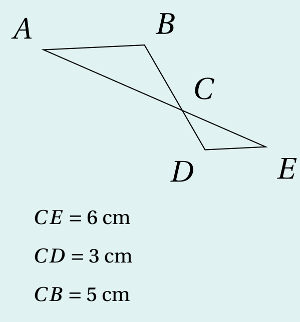


Ainsi :

- $\frac{CN}{5} = \frac{3,2}{4}$, donc $CN = 5 \times \frac{3,2}{4} = 4$ cm.
- $\frac{4,8}{CA} = \frac{3,2}{4}$, c'est à dire $\frac{CA}{4,8} = \frac{4}{3,2}$, donc $CA = 4,8 \times \frac{4}{3,2} = 6$ cm.

EXERCICE 3

On considère la figure ci-contre où $(AB) \parallel (DE)$. Calculer AC.



. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/pythagore-thales/#correction-3.

2. Montrer que des droites sont parallèles

À RETENIR

Réciproque du théorème de Thalès

Soient un triangle ABC et deux points $D \in [AB]$ et $E \in [AC]$. Si $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, alors $(DE) \parallel (BC)$.

À RETENIR

Méthode

Pour montrer que deux droites sont ou ne sont pas parallèles, on peut utiliser la réciproque du théorème de Thalès.

EXEMPLE

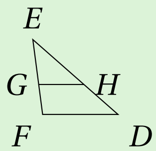
On se demande si (GH) et (FD) sont parallèles. On sait :

- E, G et F sont alignés dans le même ordre.
- E, H et D sont alignés dans le même ordre.

Or,

$$\frac{EG}{EF} = 0,6 \text{ et } \frac{EH}{ED} = 0,6$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (GH) et (FD) sont parallèles.



$EG = 0,6$ cm

$EF = 1$ cm

$EH = 0,9$ cm

$ED = 1,5$ cm

EXEMPLE

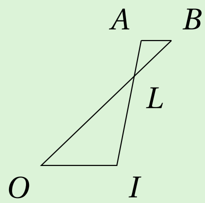
On se demande si (AB) et (OI) sont parallèles. On sait :

- A, L et I sont alignés dans le même ordre.
- B, L et O sont alignés dans le même ordre.

Or,

$$\frac{LA}{LI} = 0,4 \text{ et } \frac{LB}{LO} = 0,5$$

D'après la réciproque du théorème de Thalès, (GH) et (FD) ne sont pas parallèles.



$LA = 0,48$ cm

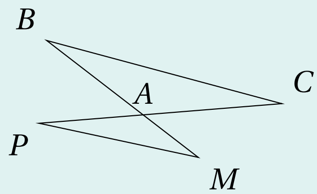
$LI = 1,2$ cm

$LB = 0,85$ cm

$LO = 1,7$ cm

EXERCICE 4

On considère la figure ci-contre. Les droites (BM) et (PC) sont-elles parallèles ?



$BC = 15$ cm

$AB = 7$ cm

$AC = 8$ cm

$AM = 4$ cm

$AP = 6$ cm

. . . .

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/pythagore-thales/#correction-4.