TRANSFORMATIONS DU PLAN

3^{e}
Cours

OBJECTIFS

- Comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure.
- Connaître l'effet d'un déplacement, d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les angles et les aires.
- Utiliser des transformations pour calculer des grandeurs géométriques.
- Faire le lien entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (agrandissement réduction, triangles semblables, homothéties).
- Mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

I Symétries

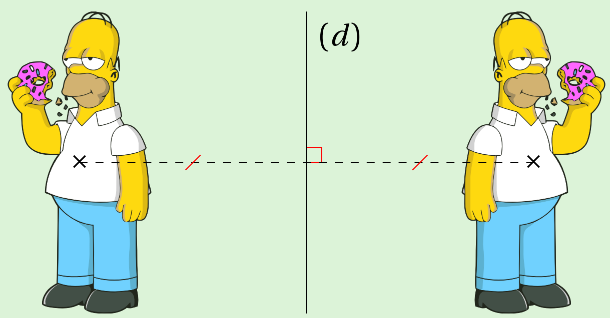
1. Symétrie axiale

À RETENIR

Définitions

- Une **symétrie axiale** est une transformation géométrique du plan qui modélise un effet miroir par rapport à une droite (d).
- Le résultat est appelé **symétrique par rapport à** (d).
- La droite (d) est l'**axe de symétrie** de cette transformation.

EXEMPLE



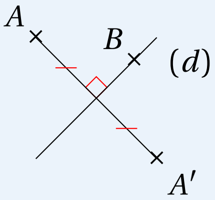
À RETENIR

Propriété

Soit (d) une droite.

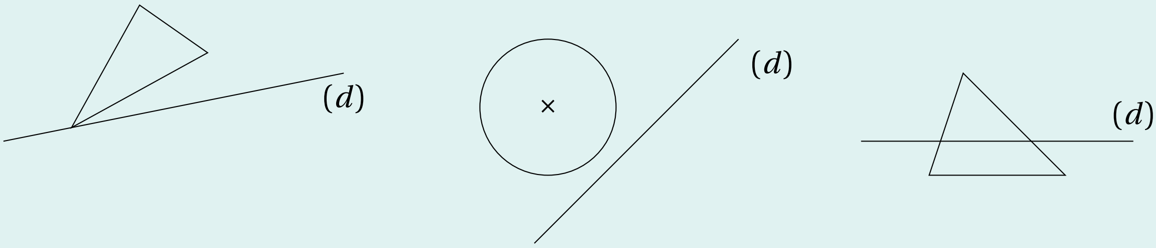
- Si un point A n'appartient pas à (d), alors son symétrique par rapport à (d) est le point A' tel que (d) est la médiatrice de $[AA']$.
- Si un point B appartient à (d), alors son symétrique par rapport à (d) est lui-même.

Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à une droite, on construit le symétrique de chacun de ses points par rapport à cette droite.



EXERCICE 1

Pour chacune des figures ci-dessous, construire son symétrique par rapport à la droite (d).



Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/transformations-plan/#correction-1.

2. Symétrie centrale

À RETENIR

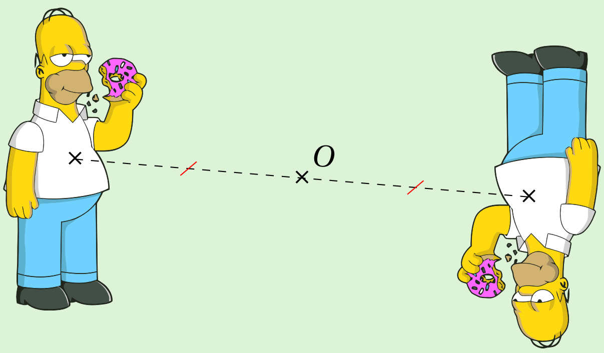
Définitions

— Une **symétrie centrale** est une transformation géométrique du plan qui modélise un “demi-tour” par rapport à un point O.

— Le résultat est appelé **symétrique par rapport à** O.

— Le point O est le **centre de symétrie** de cette transformation.

EXEMPLE



À RETENIR

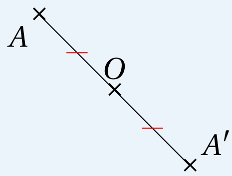
Propriété

Soit O un point.

— Le symétrique par rapport à O d'un point A distinct de O est le point A' tel que O est le milieu de $[AA']$.

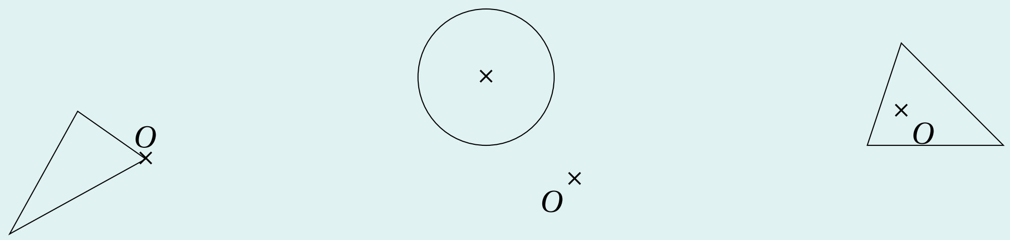
— Le symétrique par rapport à O de O est lui-même.

Pour construire le symétrique d'une figure par rapport à un point, on construit le symétrique de chacun des points qui la composent.



EXERCICE 2

Pour chacune des figures ci-dessous, construire son symétrique par rapport au point O.



Voir la correction : `https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/transformations-plan/#correction-2`.

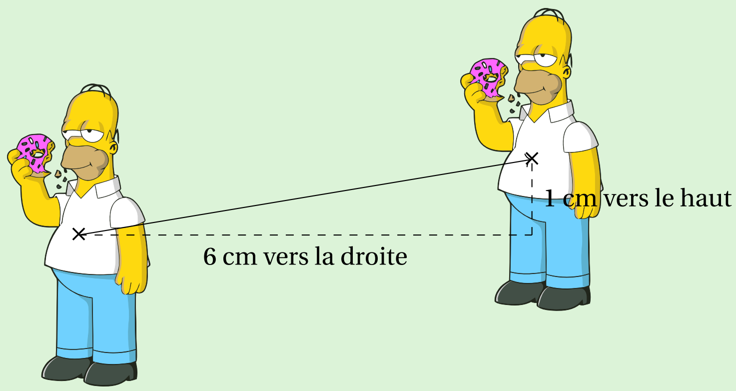
II Translations

À RETENIR

Définitions

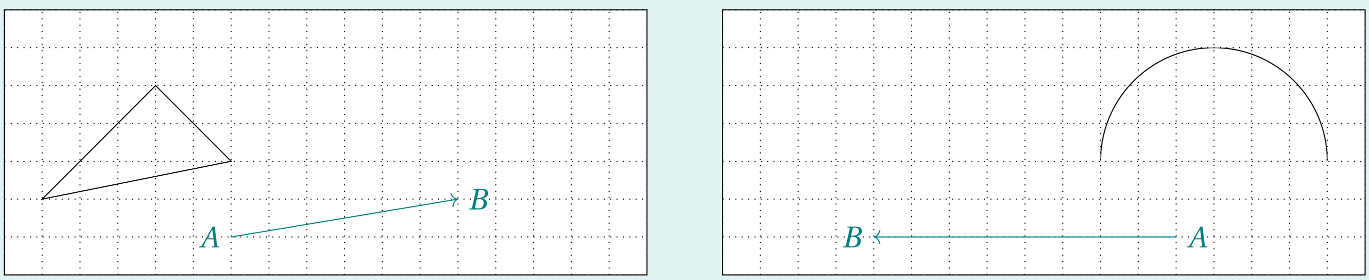
- Une **translation** est une transformation géométrique du plan qui modélise un “glissement” par rapport à une direction, un sens et une longueur.
- Le résultat est appelé **translaté**.
- On peut schématiser ce glissement par une flèche, que l'on appelle **vecteur**.

EXEMPLE



EXERCICE 3

Pour chacune des figures ci-dessous, construire son translaté par rapport au vecteur $\overrightarrow{AB}$.



Voir la correction : `https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/transformations-plan/#correction-3`.

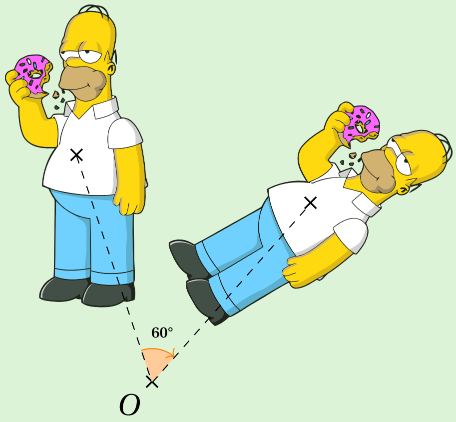
III Rotations

À RETENIR

Définitions

- Une **rotation** est une transformation géométrique du plan qui modélise un “tour” d’un certain angle par rapport à un point O.
- Le point O est le **centre de rotation** de cette transformation.

EXEMPLE

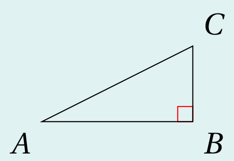


INFORMATION

Ainsi, une rotation de 180° n’est rien de plus qu’une symétrie centrale.

EXERCICE 4

On considère le triangle rectangle ABC ci-dessous. Construire les images de ABC par les rotations de centre A, et d’angles 60°, 120°, 180°, 240° et 300° dans le sens anti-horaire.



*Le motif obtenu s’appelle une **rosace**.*

Voir la correction : https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/transformations-plan/#correction-4.

À RETENIR

Propriété

Les symétries, les translations et les rotations conservent les alignements, les longueurs, les angles, les périmètres et les aires.

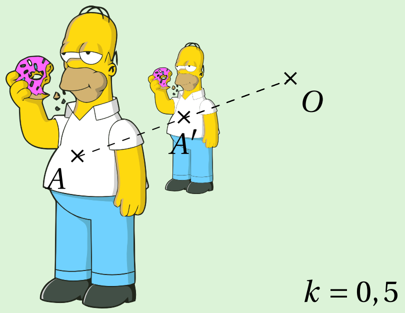
IV Homothéties

À RETENIR

Définitions

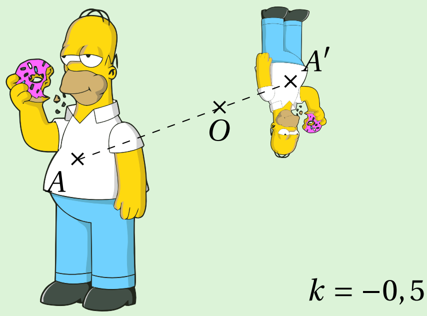
- Une **homothétie** est une transformation géométrique du plan qui modélise un “glissement” par rapport à un point O suivi d'un agrandissement ou d'une réduction de **rapport** k.
- Le point O est le **centre d'homothétie** de cette transformation.

EXEMPLE



Le “petit Homer” est un réduction du “grand Homer” de rapport $k = 0,5$. On a $OA' = 0,5 \times OA$.

EXEMPLE



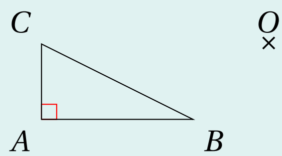
Ici, le “petit Homer” est retourné par rapport au point O. Cela se produit lorsque $k < 0$.

INFORMATION

Ainsi, une homothétie de rapport -1 n'est rien de plus qu'une symétrie centrale.

EXERCICE 5

On considère le triangle rectangle ABC ci-dessous. Construire les images de ABC par les homothéties de centre O et de rapport 3 et $-0,5$.



Voir la correction : `https://mes-cours-de-maths.fr/cours/troisieme/transformations-plan/#correction-5.`

À RETENIR

Propriétés

- L'homothétie conserve les alignements et les angles.
- Par une homothétie de rapport k, les longueurs sont multipliées par k (sans tenir compte du signe) et les aires par k^2.